

УДК 621.928

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ДИНАМИЧЕСКОМ СЕПАРАТОРЕ ПЫЛИ

ШУВАЛОВ С.И., д.т.н., АНДРЕЕВ А.А., инж.

Предложена математическая модель формирования полей скоростей, давления и характеристик турбулентности в зоне разделения динамического сепаратора с вращающейся корзиной. Для расчета турбулентной вязкости использована  $K-\varepsilon$  модель турбулентности. Указаны граничные условия и связи для пяти областей зоны разделения.

Углеразмольные мельницы, выпускаемые в России, оснащаются преимущественно статическими центробежными сепараторами пыли типа ТКЗ-ВТИ. При многих достоинствах эти сепараторы имеют существенный недостаток: регулирование границы разделения сепаратора производится за счет изменения угла поворота закручивающих лопаток. При этом конструкция центрального привода лопаток не обеспечивает однозначного соответствия положения всех лопаток и центрального кольца привода, а индивидуальный привод лопаток требует присутствия оператора у сепаратора при настройке режима работы сепаратора и исключает возможность управления работой сепаратора с блочно-го щита.

Этого недостатка лишены динамические центробежные сепараторы, у которых регулирование границы разделения производится изменением скорости вращения ротора.

Экспериментальные исследования динамического сепаратора на стендовой установке показали, что существенное влияние на эффективность разделения оказывает соотношение конструктивных параметров и режима работы. Оптимальное соотношение этих величин может быть найдено экспериментальным путем при исследовании нескольких конструкций сепаратора в различных режимах работы. Этот путь трудоемок и требует больших материальных затрат на создание моделей сепаратора и проведение экспериментальных работ.

Существенную помощь в выборе конструкции сепаратора для конкретных условий работы может оказать математическое моделирование процессов, происходящих в зоне разделения сепаратора.

Ниже предлагается математическая модель, позволяющая рассчитать профили скоростей и степень турбулентности газового потока, а также траектории частиц различной крупности в зоне разделения динамического сепаратора.

На рис.1. представлена расчетная схема, соответствующая конструкции сепаратора. Ввиду симметрии на схеме изображена только половина сепаратора.

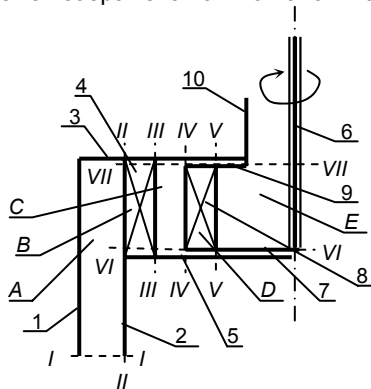


Рис.1. Расчетная схема зоны разделения динамического сепаратора

Зона классификации состоит из четырех областей, каждая из которых обладает специфическими особенностями формирования полей скоростей газового потока.

Зона А ограничена вертикальной стенкой корпуса 1, внутренней конической обечайкой 2 и плоской крышкой сепаратора 3. Для упрощения расчета принято, что зона представляет собой вертикальный цилиндрический канал.

Зона В представляет собой предвключенный завихритель 4, состоящий из вертикальных лопаток, установленных под углом  $\alpha$  к радиусу и закрепленных на крышке 3 и нижнем диске 5. Конструкция предусматривает возможность изменения радиуса по высоте лопатки, поэтому  $\alpha = \alpha(z)$ .

Основным элементом сепаратора, управляющим формированием полей скоростей в зоне разделения, является ротор, состоящий из вала 6, к которому прикреплен нижний диск 7. На диске под углом  $\beta$  к радиусу установлены вертикальные лопатки ротора 8. Сверху над лопатками находится верхний диск 9 с обечайкой выходного патрубка 10. Взаимное расположение лопаток завихрителя и ротора показано на рис.2.

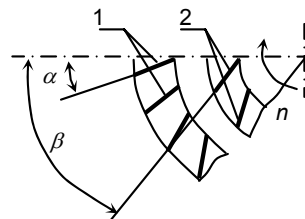


Рис.2. Положение лопаток завихрителя (1) и ротора (2)

Кольцевой зазор между предвключенным завихрителем 4 и лопатками ротора 8 (сечения III-III и IV-IV) образует зону классификации С. Зона D включает в себя пространство между лопатками ротора, зона E ограничена сечениями V-V, VI-VI, VII-VII и осью ротора. В расчете принимается, что нижняя и верхняя границы зон В, С и D совпадают соответственно с сечениями VI-VI и VII-VII.

Газовый поток поступает в зону А через сечение I-I и затем последовательно проходит предвключенный завихритель, зону С, через лопатки ротора поступает в зону E и через сечение VII-VII с мелким продуктом разделения выходит из сепаратора. Осевшие на дисках 5 и 7 и попавшие на стенку корпуса 1 частицы выводятся в крупный продукт разделения.

Вследствие того, что объемная концентрация пыли в газовом потоке обычно не превышает 0,1%, будем считать, что присутствие частиц не влияет существенным образом на формирование полей скоростей газа в зоне разделения сепаратора, и воспользуемся моделью, ранее

примененной для расчета профилей скорости в центробежных статических сепараторах [1].

В цилиндрической системе координат уравнения движения и неразрывности осесимметричного несжимаемого газового потока имеют вид

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_e r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu_e \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] - \frac{2\mu_e u}{r^2}, \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu_e r \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\mu_e}{r} \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right), \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu_e r \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ur)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

где  $u, v, w$  – радиальная, тангенциальная и вертикальная составляющие скорости газового потока;  $\rho$  – плотность газа;  $\mu_e = \mu + \mu_t$  – эффективная вязкость газа;  $\mu$  – динамическая вязкость газа;  $\mu_t$  – турбулентная вязкость газа;  $p$  – статическое давление газа.

Для вычисления  $\mu_t$  воспользуемся  $K$ - $\varepsilon$  моделью турбулентности, связывающей величину турбулентной вязкости с кинетической энергией турбулентности  $K$  и скоростью диссипации турбулентной энергии  $\varepsilon/2$ :

$$\mu_t = c_m \frac{\rho K^2}{\varepsilon}. \quad (5)$$

Величины  $K$  и  $\varepsilon$  определяются из уравнений переноса

$$\rho \left( \frac{\partial K}{\partial t} + u \frac{\partial K}{\partial r} + w \frac{\partial K}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) r \frac{\partial K}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial z} \right] + P_k - \rho \varepsilon, \quad (6)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] + c_1 P_k \frac{\varepsilon}{K} - c_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{K}, \quad (7)$$

где

$$P_k = \mu_e \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{u}{r} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right\}. \quad (8)$$

В уравнениях (7) и (8) коэффициенты  $\sigma_k=1,0$ ;  $\sigma_\varepsilon=1,3$ ;  $c_1=1,44$ ;  $c_2=1,92/3$ . Коэффициент  $c_m$  с учетом поправок на искривление линий тока

$$c_m = 0,09 \sqrt{1 + 0,57 \left( \frac{K}{\varepsilon} \right)^2 \left( \frac{\partial u_s}{\partial n} + \frac{u_s}{R_s} \right) \frac{u_s}{R_s}}, \quad (9)$$

где  $u_s$  и  $R_s$  – полная скорость потока и радиус кривизны в рассматриваемой точке; производная по нормали к поверхности тока  $\frac{\partial u_s}{\partial n}$  численно

равна градиенту скорости.

Граничные условия задачи задаются следующим образом: для области  $A$  на вертикальной стенке 1, обечайке 2 и крышке 3 вследствие условия прилипания потока

$$u = v = w = K = 0; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0. \quad (10)$$

Эти же условия задаются также для горизонтальных поверхностей дисков областей  $B, C, D$  и  $E$ .

В сечении  $I-I$  предполагается, что радиальная и тангенциальная составляющие скорости газа отсутствуют

$$u = v = 0, \quad (11)$$

а профиль вертикальной составляющей соответствует степенной зависимости  $1/5$

$$w = w_m \left( 1 - \frac{|2r - R_1 - R_2|}{R_1 - R_2} \right)^{\frac{1}{7}}, \quad (12)$$

где  $R_1, R_2$  – радиусы стенки корпуса 1 и обечайки 2;  $r$  – текущий радиус;  $w_m$  – скорость газа в середине канала при  $r = (R_1 + R_2)/2$ . Величина этой скорости находится из выражения

$$w_m = \frac{Q}{2\pi \int_{R_2}^{R_1} \left( 1 - \frac{|2r - R_1 - R_2|}{R_1 - R_2} \right)^{\frac{1}{7}} r \, dr}; \quad (13)$$

где  $Q$  – секундный расход газа через сепаратор.

В соответствии с заданными скоростями газа в этом сечении значения  $K$  и  $\varepsilon$  определяются выражениями

$$K = \frac{w^2}{200}; \quad \varepsilon = 10 \frac{K^{1,5}}{R_1 - R_2}. \quad (14)$$

На входе в зону разделения также указываются параметры газа (удельная плотность  $\rho$ , давление газа  $p$  и молекулярная вязкость  $\mu$ ), не являющиеся граничными условиями, но определяющие все остальные свойства газа.

За исключением горизонтальных поверхностей во всех внутренних точках и на границе области  $B$  для  $R_3 \leq r \leq R_2$  и  $H_1 < z < H_2$  зададим условие

$$\frac{v}{u} = \operatorname{tg}(\alpha), \quad (15)$$

где  $R_3$  – внутренний радиус лопаток завихрителя;  $H_1, H_2$  – высота расположения сечений соответственно  $VI-VI$  и  $VII-VII$ .

Кроме того, в любом из вертикальных сечений областей  $B, C$  и  $D$  должно выполняться условие постоянства расхода газа

$$2\pi r \int_{H_1}^{H_2} u \, dz = Q. \quad (16)$$

Для лопаточного аппарата ротора (область  $D$ ) для  $R_4 \leq r \leq R_5$  и  $H_1 < z < H_2$  тангенциальная составляющая скорости газа определяется выражением

$$v = \frac{\pi n}{30} r + u \operatorname{tg}(\beta), \quad (17)$$

где  $R_4, R_5$  – внешний и внутренний радиусы лопаток ротора;  $n$  – частота вращения ротора, об/мин.

На вертикальной оси зоны (правая граница области  $E$ ) при  $r = 0$  и  $H_1 \leq z \leq H_2$  вследствие симметрии потока

$$u = v = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial K}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0. \quad (18)$$

В выходном сечении зоны (сечение VII-VIII) при  $r < R_6$  и  $z = H_2$  предполагается, что вращение газового потока соответствует квазитвердому телу, а профиль вертикальной составляющей скорости газа описывается степенной зависимостью

$$v = v(R_6) \frac{r}{R_6}, \quad w = w_m \left(1 - \frac{r}{R_6}\right)^{\frac{1}{7}}, \quad (19)$$

где  $R_6$  – радиус выходного патрубка сепаратора.

Значение вертикальной составляющей на оси патрубка определяется выражением

$$w_m = \frac{Q}{2\pi \int_0^{R_6} \left(1 - \frac{r}{R_6}\right)^{\frac{1}{7}} r \, dr}. \quad (20)$$

Для этого сечения также принимается

$$K = \frac{w^2}{200}, \quad \varepsilon = 10 \frac{K^{1,5}}{R_6}. \quad (21)$$

Движение одиночной шарообразной частицы размером  $\delta$  в газовом потоке определяется системой уравнений:

$$\frac{dr}{dt} = u_\delta, \quad (22)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = v_\delta, \quad (23)$$

$$\frac{dz}{dt} = w_\delta, \quad (24)$$

$$\frac{du_\delta}{dt} = \frac{u_\delta^2}{r} + A_1 (u - u_\delta) \Delta V, \quad (25)$$

$$\frac{dv_\delta}{dt} = -\frac{u_\delta v_\delta}{r} + A_1 (v - v_\delta) \Delta V, \quad (26)$$

$$\frac{dw_\delta}{dt} = -g + A_1 (w - w_\delta) \Delta V, \quad (27)$$

где

$$A_1 = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_\delta} \frac{1}{\delta} c_f,$$

$$\Delta V = \sqrt{(u - u_\delta)^2 + (v - v_\delta)^2 + (w - w_\delta)^2};$$

$g$  – ускорение свободного падения;  $\rho_\delta$  – удельная плотность материала частицы;  $c_f$  – коэффициент аэродинамического сопротивления частицы, определяемый по аппроксимационным формулам в зависимости от числа Рейнольдса

$$\operatorname{Re}_\delta = \frac{\Delta V \delta}{\nu};$$

$u_\delta, v_\delta, w_\delta$  – соответствующие составляющие скорости частицы;  $\varphi$  – угловая координата положения частицы;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости газа.

Система уравнений (1) – (7) совместно с граничными условиями (10) – (12), (14), (18), (19), (21) и наложенными связями (15) – (17) позволяет с помощью численных методов получить распределение параметров  $u, v, w, p, K, \varepsilon$  и  $\mu$  в пространстве зоны разделения.

Интегрирование системы (22) – (27) в найденном поле скоростей газа от  $t = 0$  до момента, пока частица не попадет в сечение выходного патрубка или не коснется стенки зоны, дает возможность проследить за траекторией частиц различного размера, оценить влияние конструктивных и режимных параметров на процесс классификации и выбрать пути совершенствования конструкции сепаратора.

#### Список литературы

1. Шувалов С.И., Ушаков С.Г., Сперанская О.Б. Расчет дисперсных составов порошков при разделении их в центробежных классификаторах // Химия и химическая технология. – 1997. – Т. 40, вып. 2. – С. 118–121.
2. Launder В.Е., Spalding D.B. Mathematical Models of Turbulence. – London and New York: Academic Press, 1972. – 170 p.
3. Аmano P.C., Брандт Г. Численное исследование турбулентной осесимметричной струи при ее натекании на плоскую пластину и истечении в осесимметричную полость // Теор. основы инж. расчетов. – 1981. – № 4. – С. 158–165.
4. Лещинер М.А., Роди В. Расчет кольцевых и сдвоенных параллельных струй посредством различных конечно-разностных схем и моделей турбулентности // Теор. основы инж. расчетов. – 1984. – № 2. – С. 299–308.
5. Рейнольдс А.Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях. – М.: Энергия, 1979. – 408 с.